

Λόγηση: Η συνάρτηση παραγωγής της επιχείρησης Α είναι η εξής: $Q = 2K^{0,7}L^{0,3}$ και της επιχείρησης Β είναι $Q = 2,5 \cdot K^{1,5}L^{0,5}$. Αν αυξηθούν κατά 10% τόσο η εργασία όσο και το κεφάλαιο τα αποδόσεις κλίμακας θα έχαζε και ποια θα είναι η μεταβολή του παραχόμενου προϊόντος;

Λύση

Επιχείρηση Α: $0,7 + 0,3 = 1 \Rightarrow$ σταθερές αποδόσεις κλίμακας
 Επιχείρηση Β: $0,5 + 1,5 = 2 > 1 \Rightarrow$ αύξουσα -

Επιχείρηση Α:

$$2 \cdot (1,10K)^{0,7} \cdot (1,10L)^{0,3} = 2 \cdot 1,10^{0,7} K^{0,7} \cdot 1,10^{0,3} \cdot L^{0,3} =$$

$$= 2 \cdot 1,10 \cdot K^{0,7} \cdot L^{0,3} = 1,10 \cdot Q$$

αύξηση αποτελέσματος, παραχόμενου προϊόντος 10%

Επιχείρηση Β: (επειδή ξέρω ότι είναι αύξουσα αποδόσει κλίμακας περίμενα ποσοστό μεγαλύτερο του 10%)

$$2,5 \cdot (1,10K)^{1,5} \cdot (1,10L)^{0,5} = 2,5 \cdot 1,10^{1,5} K^{1,5} \cdot 1,10^{0,5} \cdot L^{0,5} =$$

$$= 2,5 \cdot 1,10^2 K^{1,5} L^{0,5}$$

$$= 1,21 \cdot 2,5 \cdot K^{1,5} L^{0,5}$$

$$= 1,21 \cdot Q$$

↑ αποτέλεσμα, παραχόμενου προϊόντος 21%

Άσκηση: Για μια επιχείρηση η συνάρτηση παραγωγής είναι $Q = -2L^2 + 20L - 32$. Να προσδιορίσει α) τη συνάρτηση μέσου προϊόντος, β) το οριακό προϊόν της εργασίας, γ) το μέγιστο μέσο προϊόν της εργασίας και δ) για ποιο ύψος συνολικού προϊόντος η επιχείρηση δεν έχει κίνητρο να παράγει.

Λύση

α) $AP = \frac{Q}{L} = \frac{-2L^2 + 20L - 32}{L} = -2\frac{L^2}{L} + 20\frac{L}{L} - 32\frac{1}{L} = -2L + 20 - 32\frac{1}{L}$

$$b) MP = \frac{dQ}{dL} = (-2L^2 + 20L - 32)' = -4L + 20$$

* Είναι σε βραχυχρόνια περίοδο γιατί $Q = f(L)$ εξαρτάται μόνο από ένα παράγοντα.

$$\begin{aligned}
 \gamma) (AP)' &= 0 \Rightarrow \text{~~... ..~~} \\
 &\Rightarrow (-2L + 20 - \frac{32}{L})' = 0 \Rightarrow -2 + \frac{32}{L^2} = 0 \Rightarrow \\
 &\Rightarrow L^2 = 16 \Rightarrow L = \pm 4 \xrightarrow{L > 0} \boxed{L=4}
 \end{aligned}$$

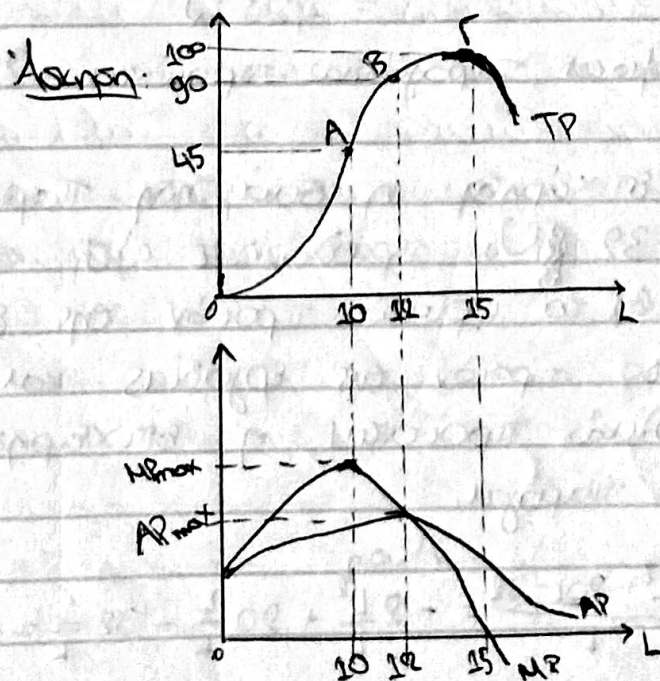
Άρα το μέγιστο μέσο προϊόν είναι
~~...~~ $AP = -2 \cdot (4) + 20 - \frac{32}{4} =$
 $= -8 + 20 - 8 = 4$

δ) Η βασική συνθήκη για να μεγιστοποιήσει το συνολικό προϊόν είναι $MP=0 \Rightarrow -4L+20 \Rightarrow$
 $\Rightarrow \boxed{L=5}$

Αντικαθιστώντας στην συνάρτηση παραγωγής:

$$Q = -2 \cdot (5)^2 + 20 \cdot (5) - 32 = -50 + 100 - 32 = 18$$

Άρα για πάνω από 18 μονάδες συνολικά προϊόντος η επιχείρηση δεν έχει κίνητρο να παράγει.



α) Για πόσες μονάδες εργασίας αρχίζει να ισχύει ο νόμος των φθίνουσων αποδόσεων;

β) Πόσο από πόσες μονάδες προϊόντος δεν θα παράγει ποτέ η επιχείρηση;

γ) Με πόσο ισχύει το μέσο προϊόν;

δ) Πόσο είναι το οριακό προϊόν στο σημείο Β;

Λύση
α) Για $L=10$ τότε το ΜΡ αρχίζει και φθίνει οπότε ξεκινάει να ισχύει ο νόμος των φθίνουσων αποδόσεων.

β) Η επιχείρηση δεν θα παράγει ~~από~~ πάνω από 100 μονάδες παραγόμενου προϊόντος.

γ) $AP = \frac{TP}{L} = \frac{90}{12} = 7,5$

δ) ΜΡ στο σημείο Β είναι ίσο με το ΑΡ. Άρα $MP_B = 7,5$

Άσκηση: Δίνεται ο πίνακας μιας επιχείρησης που λειτουργεί στη βραχυχρόνια περίοδο.

Αριθμός εργατών	0	1	2	3	4	5	6	7	8
Συνολικό προϊόν	0	40	90	180	260	310	310	290	260

α) Να υπολογίσετε το μέσο και το οριακό προϊόν της εργασίας για κάθε αριθμό εργατών.

β) Να εξηγήσετε αν ισχύει ο νόμος των φθίνουσων οριακών αποδόσεων και σε ποια κατάσταση του μεταβλητού συντελεστή παραγωγής φαινέται αυτή η λειτουργία του και γιατί;

γ) Σε ποια επίπεδα απασχόλησης έχουμε τη μεγιστοποίηση του συνολικού προϊόντος και πού αρχίζει η καθόδική πορεία;

δ) Όταν το οριακό προϊόν της εργασίας είναι μηδενικό τότε το συνολικό προϊόν παίρνει την ελάχιστη τιμή του;

a)	L	Q	Μέσο Ποσόν	APL = $\frac{Q}{L}$	Οριακό Ποσόν	MPL = $\frac{\Delta Q}{\Delta L} = \frac{\Delta Q}{\Delta L}$
	0	0	—	—	—	—
	1	40	40		$\frac{40-0}{1-0} = 40$	
	2	90	45		$\frac{90-40}{2-1} = 50$	
	3	180	60		$\frac{180-90}{3-2} = 90$	
	4	260	65		$\frac{260-180}{4-3} = 80$	
	5	310	62		$\frac{310-260}{5-4} = 50$	
	6	310	51,7		$\frac{310-310}{6-5} = 0$	
	7	290	41,4		$\frac{290-310}{7-6} = -20$	
	8	260	32,5		$\frac{260-290}{8-7} = -30$	

β) Για να ισχύει ο νόμος των φθινουσών αποδόσεων θα πρέπει καθώς αυξάνεται η εργασία να αρχίσει να μειώνεται το οριακό προϊόν. Η μείωση του οριακού προϊόντος εκδηλώνεται μετά τον τρίτο εργάτη.

γ) Το συνολικό προϊόν θαμβάνει τη μέγιστη τιμή του στο επίπεδο παραγωγής 310 και για την 6 μονάδα εργασίας. Αυτό συμβαίνει γιατί για αυτή τη μονάδα εργασίας το οριακό προϊόν είναι ίσο με το μηδέν.

δ) Όταν το οριακό προϊόν είναι ίσο με το μηδέν το συνολικό προϊόν παίρνει την μέγιστη τιμή του, όχι την ελάχιστη.

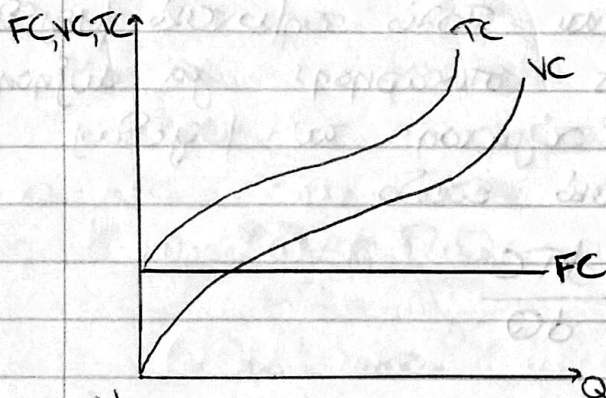
ΚΟΣΤΟΣ:

$$TC = VC + FC$$

↓ ↓ ↓
συνολικός μεταβλητός σταθερός
κόστος κόστος κόστος

- Σταθερό είναι το κόστος που δεν μεταβάλλεται καθώς μεταβάλλεται η ποσότητα του παραγόμενου προϊόντος και αφορά στις δαπάνες των σταθερών συστατικών όπως ενοίκια, απρόσδοκα, κτλ.
- Μεταβλητό κόστος αναφέρεται στις δαπάνες που καταβάλλονται για τον μεταβλητό συντελεστή γ' αυτούς των οποίων η ποσότητα μεταβάλλεται καθώς μεταβάλλεται η ποσότητα του παραγόμενου προϊόντος. Τέτοιες δαπάνες είναι οι μισθοί, η αγορά πρώτων υλών, κτλ.

Καμπύλες κόστους στη βραχυπρόσημη περίοδο



- Η καμπύλη σταθερών κόστους είναι μια ευθεία γραμμή διότι δεν εξαρτάται από το παραγόμενο αποτέλεσμα και επιβαρύνει την επιχείρηση ακόμη κι όταν δεν έχουμε παραγωγή.
- Η καμπύλη των μεταβλητών κόστους ξεκινά από την αρχή των αξόνων και ανερχεται καθώς αυξάνει το παραγόμενο αποτέλεσμα ή η ποσότητα του παραγόμενου προϊόντος.
- Η καμπύλη του συνολικού κόστους είναι το άθροισμα

αθροισμα των κοπιπυλιων του σταθερου και μεταβλητου κωσους. Ξεκινει απο το σημειο που οριζεται απο το σταθερο κωσους και ανερχεται οσο αυξανει το παραγωγιμο αποτελεσμα.

Μέσο Κωσους

Ειναι οσοσυνολικω το κωσους ανα μοναδα προϊοντω.

ATC η AC

$$\text{Μέσο σταθερο κωσους} = AFC = \frac{FC}{Q}$$

$$\text{Μέσο μεταβλητο κωσους} = AVC = \frac{VC}{Q}$$

$$\text{Μέσο συνολικω κωσους} = ATC = \frac{TC}{Q}$$

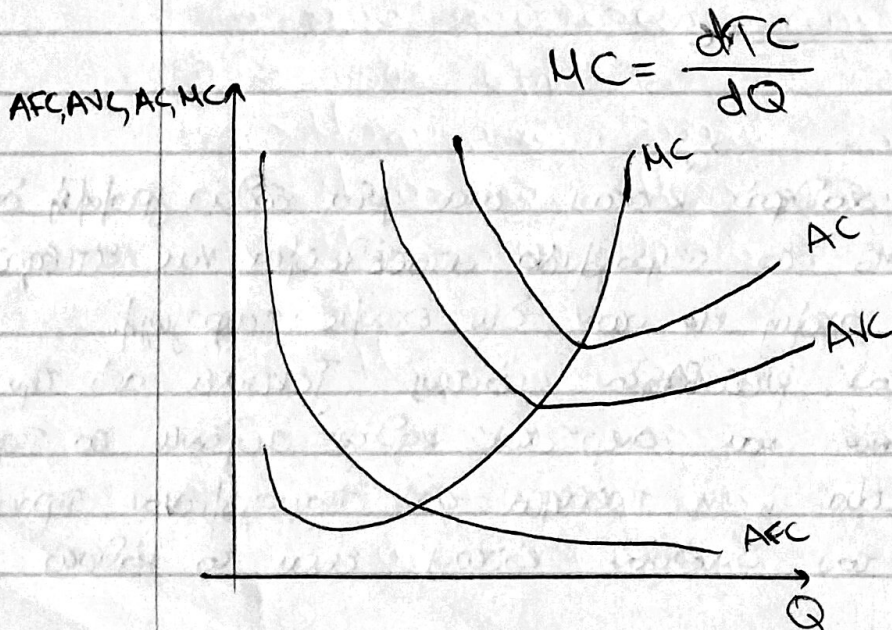
(η Μέσο Κωσους)

Σημειωσει οτι $ATC = AVC + AFC$

Οριακο Κωσους

Δειχνει τον ρυθμο με τον οποίο μεταβαλλεται το συνολικω κωσους οταν μεταβαλλεται η παραγωγη κωσους μια μοναδα. Ειναι τοσυνολικω σημειωτικω μεγεθωσ δεικνυει η απορροφηση της επιχείρησησ για αυξηση παραγωγιμωσ απαιτει αυξηση των μεγεθωσ αυτωσ με το οριακο εσοδο.

*SOX
SUPER 65*



Η καμπύλη του AFC μειώνεται συνεχώς όσο αυξάνεται η παραγωγή διότι η ίδια ποσότητα επιτελείται σε περισσότερες μονάδες προϊόντος. Η καμπύλη του AVC στην αρχή μειώνεται και στη συνέχεια αυξάνεται. Το σχήμα (U) οφείλεται στο ύψος της φθίνουσας ή μη ανάλογης απόδοσης. και έχει το ελάχιστο σημείο του εκεί που τέμνεται με το MC. Η καμπύλη του AC στην αρχή επηρεάζεται κυρίως από το AFC και καθώς η παραγωγή αυξάνεται επηρεάζεται από το AVC και ακολουθεί την ίδια ανοδική πορεία. Η καμπύλη του MC έχει κι αυτή σχήμα (U) κατέρχεται πρώτα αρχικά και ανιχνεύεται στη συνέχεια λόγω του ύψους των φθινουσών αποδόσεων. Βρίσκεται κάτω από το AC και το AVC όσο αυτά κατέρχονται και πάνω από αυτά όταν αυτά αυξάνονται. Το MC τέμνει το AC και το AVC στα κατώτερα σημεία τους.

Μεγιστοποίηση κέρδους μιας επιχείρησης

Συνάρτηση κέρδους: $\Pi = TR - TC$

\downarrow κέρδη \downarrow οριακά έσοδα \downarrow οριακό κόστος

$$TR = P \cdot Q$$

$$MR = \frac{dTR}{dQ}$$

οριακό έσοδο

Πάντα για να μεγιστοποιήσω το κέρδος δίνω τη

σωστή πρώτη τάξη:

$$(\Pi)' = 0 \Rightarrow (TR - TC)' = 0 \Rightarrow MR - MC = 0 \Rightarrow MR = MC \Rightarrow$$

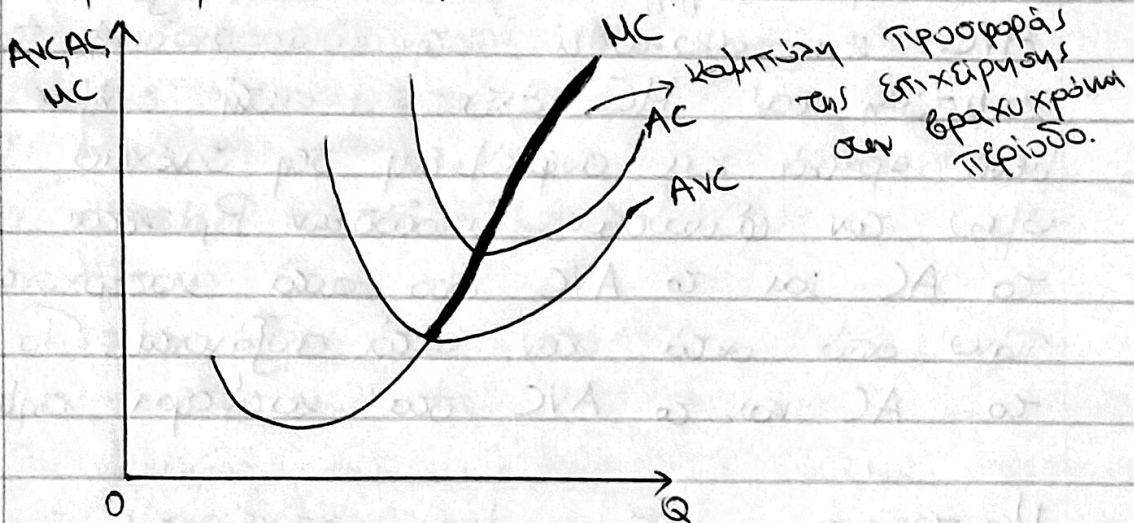
$$\Rightarrow \text{οριακό έσοδο} = \text{οριακό κόστος}$$

και τη σωστή 2η τάξη: $\Pi'' < 0$

SUPER
SOS

Η λειτουργία της επιχείρησης

Μια επιχείρηση διακόπτει τη λειτουργία της όταν βραχυχρόνια η τιμή που μπορεί να διαθέσει το προϊόν της είναι χαμηλότερα από το AVC. Γι' αυτό το λόγο και η καμπύλη προσφοράς της επιχείρησης στη βραχυχρόνια περίοδο αποτελείται από το τμήμα της καμπύλης του MC που βρίσκεται πάνω από ~~το SAPP~~ της καμπύλης του AVC.



Κόστος Σημύ Μακροχρόνια Περίοδο

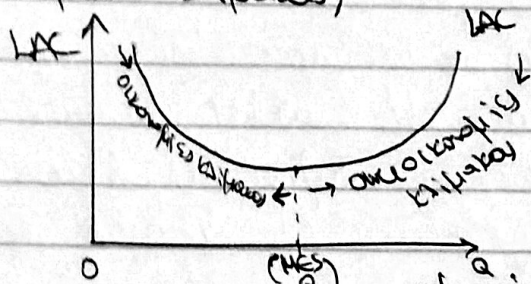
Δεν υπάρχει σταθερό κόστος εφόσον όλοι οι παραγωγικοί συντελεστές είναι μεταβλητοί. Υπάρχουν μόνο τα εξής:

- Μακροχρόνιο Συνολικό Κόστος (LTC)
- Μακροχρόνιο Μέσο Κόστος (LAC) = $\frac{LTC}{Q}$
- Μακροχρόνιο Οριακό Κόστος (LMC) = $\frac{dLTC}{dQ}$

Το Μακροχρόνιο Συνολικό Κόστος δείχνει το ελάχιστο κόστος παραγωγής κάθε επιπέδου προϊόντος όταν η επιχείρηση είναι σε θέση να προσαρμόσει όλες τις εσοχές της. Το LAC είναι ο λόγος

του συνολικού κόστους προς το επίπεδο προϊόντος και είναι πολύ σημαντικό γιατί ορίζει τις οικονομίες και ανεοικονομίες κλίμακας.

ΣΟΣ: Πως η εφικνεία αποδόσεων και των οικονομιών κλίμακας;



φθινύσκει από τις οικονομίες κλίμακας. Πιο συγκεκριμένα,

α) Στα αρχικά επίπεδα παραγωγής, λόγω της πραγματοποιήσιμης αύξησης αποδόσεων κλίμακας σε επίπεδο παραγωγής, υπάρχουν οικονομίες κλίμακας. Αποτέλεσμα είναι αρχικά ή μέχρι ένα επίπεδο παραγωγής Q (το οποίο ονομάζεται ελάχιστη αποτελ. κλίμακα - MES) το LAC να μειώνεται και άρα η καμπύλη να κατέρχεται. Άρα όσο αυξάνεται η παραγωγή μειώνεται το κόστος της παραγωγής αυτής.

β) Μετά το επίπεδο παραγωγής Q και όσο αυξάνεται το παραγόμενο προϊόν υπάρχουν ανεοικονομίες κλίμακας και το LAC αρχίζει και ανέρχεται δηλαδή όσο αυξάνεται η παραγωγή αυξάνεται και το κόστος που την αποσπείρει.